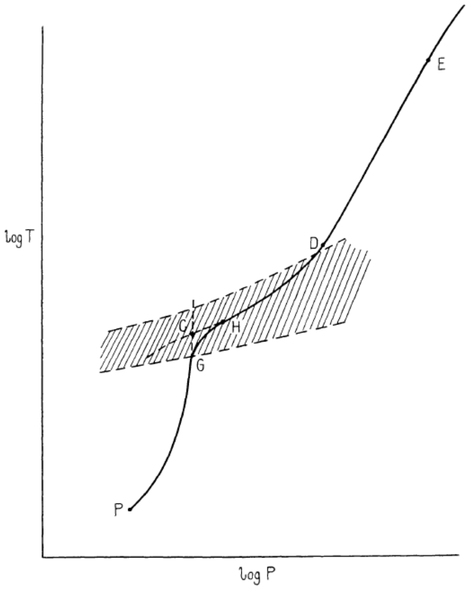
The outer envelope of giant stars with surface convection zone

Hayashi,C. Hoshi, R.
1961, PASJ 13, 442



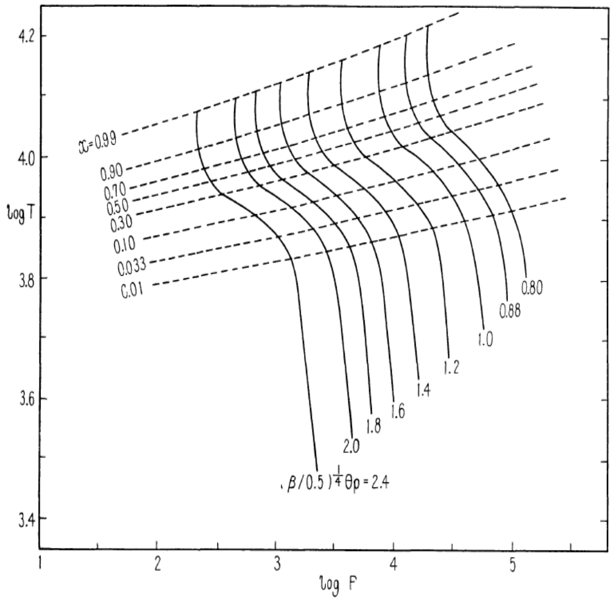


図１で、

P=フォトスフィア

C=輻射層の底、かつ不完全電離な対流層の頭。

D=完全電離

E=対流層の底

C-D-E＝断熱変化(adiabat)。

C-D＝電離層での断熱線

D-E=完全電離、P～$T^{2.5}$

C は音速でエネルギー輸送が充分になる点。

$$\beta\rho X\left\{\frac{3}{2}\frac{kT}{H}(1+x)+x\frac{\chi}{H}\right\}\left(\frac{5kT}{3H}\right)^{1/2}=\frac{1}{4}acT_e^4$$

として決まる。

図２

（T，P)面上に、

電離度 x 、

運べるフラックス$\left(\frac{\beta}{0.5}\right)^{1/4}\left(\frac{5040}{Te}\right)$

を示す。

輻射層 PC では、

$$\kappa dP = bT^3 dbT, \qquad b=\frac{16}{3}\frac{GM}{R^2Te^4}=1.33\times10^{-16}\frac{M/M_\odot}{L/L_\odot} \qquad (2)$$

フォトスフィア P は $\int_{r_P}^{\infty}\kappa\rho dr=\frac{2}{3}$ で定義される。種族 I に対しては、

$$\kappa=\kappa_O P^{\alpha_0}T^{\beta_0}=10^{-15.58}\frac{X}{0.61}\left(\frac{0.70}{X+Y/4}\cdot\frac{Z}{0.02}\right)^{0.735}P^{0.735}T^{3.05} \qquad \left(\frac{5040}{T}>1\right)$$

$$=\kappa_1 P^{\alpha_1}T^{\beta_1} \qquad \left(\frac{5040}{T}<1\right)$$

Te と b を与えて（２）式を積分すると、C 点が求まる。ここをもう少し詳しく Progress から。

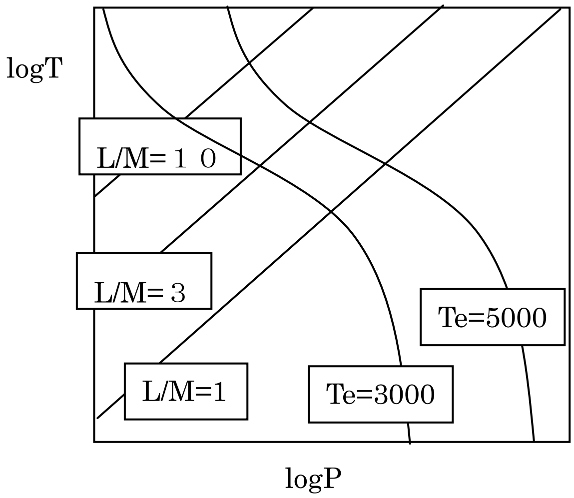
$$\kappa_O P^{\alpha} T^{\beta} dP = bT^3 dT \qquad P^{\alpha} dP = \frac{b}{\kappa_O} T^{3-\beta} dbT \qquad P^{1+\alpha} - P_P{}^{1+\alpha} = \frac{b}{\kappa_O}\frac{1+\alpha}{4-\beta}\left(T^{4-\beta} - T_e{}^{4-\beta}\right)$$

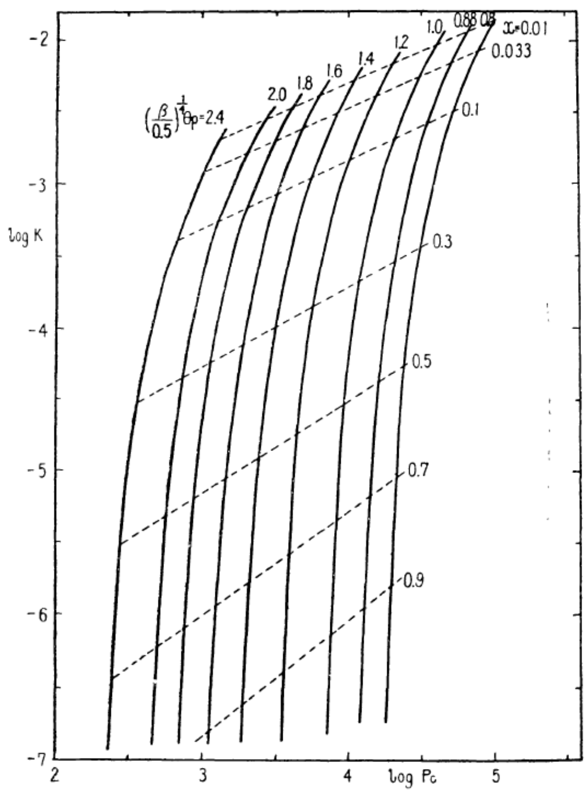
星の内側では Pp=0,Te=0 の解と差がなくなる。つまり、C 点までの P-C は

$$P^{1+\alpha} = \frac{b}{\kappa_O}\frac{1+\alpha}{4-\beta} T^{4-\beta}$$ で与えられるとしてよい。

ｂを与えると色々な logP-logT 面で平行な P-C 線群が得られる。P 点は単なる通過点なのでここでは考えない。ただし、Te に対応して図２の θ ＝一定線との交点が C 点を決めることになる。図式的には、

右図のように L/M＝一定と Te=一定の交点が C である。
ここまではどんな禁止領域もない話。
C 点からはエントロピーｓ＝一定の対流ラインに乗る。
すると D 点（完全電離はどう決めているか？）で $P=KT^{2.5}$ の K が決まる。
すると無次元パラメターE～$KM^{0.5}R^{1.5}$ が決まる。
E=45 が対流解に対応する。





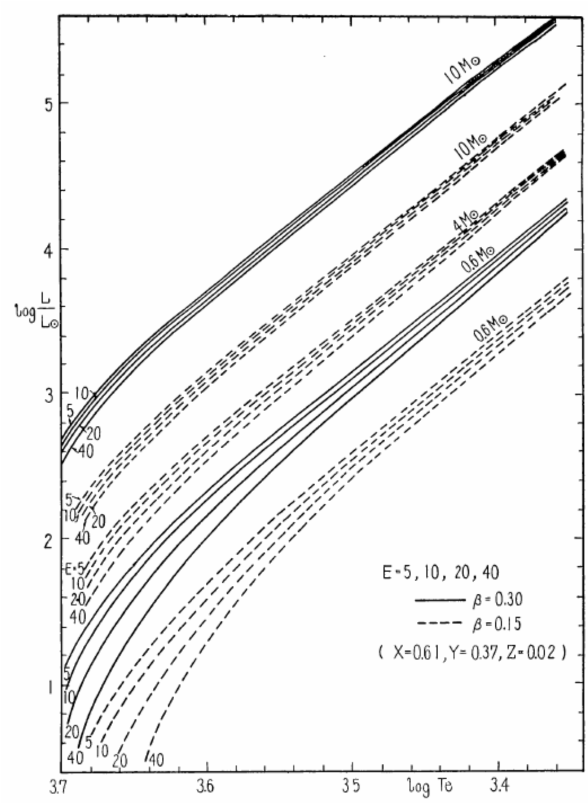


図３　K(Te,Pc)　　　　(Pc は L/M の代わり？)　　**図４　種族 I 星の E=一定線**

ある Te（フラックス）に対応して上の略図に示したように C 点、Pc が決まる。

Te 毎にペアとなる Pc の範囲が狭いのは？

解釈：

L/M 固定のまま、Te を下げていくと右図で対流

開始ラインが左へ移っていき、対流線が下側を通る
ようになる。つまり、同じPに対しTが低い、Kが大きい。ｓ大？E大、陥没型？
したがって、Mを固定してLを変化させていくと、Lに対応してL/Mが決まり
対流線が決まる。またLによりRが決まるからL毎にE=４５のC点が一つ決まる。
では、HAYASHIラインの存在は上の話でE=45になる線がTe=一定ラインとほぼ重なるという
ことなのか？

あるM、メタル量に対し、HR図グリッド（L,Te）上でEの計算法

（１）LからL/Mが決まるから、表面輻射層のP-Tラインは以下の式で一本決まる。

$$P^{1+\alpha} = \frac{b}{\kappa_O}\frac{1+\alpha}{4-\beta}T^{4-\beta} \qquad b = \frac{16}{3}\frac{GM}{R^2 Te^4} = 1.33\times 10^{-16}\frac{M/M_{\mathrm{O}}}{L/L_{\mathrm{O}}}$$

$$\kappa_O = 10^{-15.58}\frac{X}{0.61}\left(\frac{0.70}{X+Y/4}\cdot\frac{Z}{0.02}\right)^{0.735} \qquad \left(\frac{5040}{T}>1\right)$$

$$\alpha = 0.735 \qquad \beta = 3.05$$

（２）上のL/M＝一定のP-Tラインに沿って、x（電離度）、下式左辺が計算できる。
したがって、与えられたLに対するP-Tライン沿いにTeが決まっていく。
内挿でグリッドのTeを見つける。これで（L，Te)に対するC点（Pc, Tc）が決まる。
しかしこの式はHeが入っていないね。

$$\beta\rho X\left\{\frac{3}{2}\frac{kT}{H}(1+x)+x\frac{\chi}{H}\right\}\left(\frac{5kT}{3H}\right)^{1/2} = \frac{1}{4}acT_e^4$$

$$P = knT \qquad \rho = \frac{nH}{1+x} = \frac{H\cdot P}{(1+x)kT}$$

$$\beta X\left\{\frac{3}{2}+\frac{x\cdot\chi}{(1+x)kT}\right\}\left(\frac{5kT}{3H}\right)^{1/2}P = \frac{1}{4}acT_e^4$$

$$\frac{x^2}{1-x^2} = \frac{(2\pi m_{\mathrm{e}})^{3/2}(kT)^{5/2}}{h^3 P}\exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right) = A$$

$$x^2 = \frac{A}{1+A}$$

（３）C点から断熱線を延ばしていく。Kを決め、Eを求める。

水素質量当たりエントロピーｓとKの関係はどうなっているのか？

単原子理想気体（m＝μH）の場合、

$$S = kN\left[\log\left(\frac{n_Q}{n}\right)+\frac{5}{2}\right] = kN\left[\log\left\{\frac{(2\pi\mu HkT)^{3/2}}{nh^3}\right\}+\frac{5}{2}\right] \qquad P = knT = KT^{5/2} \qquad K = \frac{kn}{T^{3/2}}$$

$$S = kN\left[\log\left\{\frac{(2\pi\mu H)^{3/2}k^{5/2}}{Kh^3}\right\}+\frac{5}{2}\right]$$

混合気体のエントロピー表式は判らないので、電離ガスに上のやり方は使えない。

で、論文の式をそのまま採用する。

水素原子質量あたりを S/k と表して（上の S と意味がずれている）

$$S = k\left[\frac{5}{2}\ln 4\left(\frac{m_H}{m_e}\right)^{2/3} + (1+x)\frac{\chi}{kT} + \frac{5}{2}x + 2\ln\frac{x}{1-x}\right]$$

この先を行けるか自信がないが。サハの式は

$$n_{\mathrm{II}} = n_{\mathrm{e}} = n_H x \quad n_{\mathrm{I}} = n_H(1-x) \quad n = n_{\mathrm{I}} + 2n_{\mathrm{II}} = n_H(1+x)$$

$$\frac{n_{\mathrm{II}} \cdot n_{\mathrm{e}}}{n_{\mathrm{I}}} = \frac{{n_{\mathrm{H}}}^2 \cdot x^2}{n_{\mathrm{H}}(1-x)} = \frac{n \cdot x^2}{1-x^2} = \frac{(2\pi m_{\mathrm{e}} kT)^{3/2}}{h^3}\exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

$$P = \frac{1-x^2}{x^2}\frac{(2\pi m_{\mathrm{e}})^{3/2}(kT)^{5/2}}{h^3}\exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

x ＜＜１のときの ln(x)が欲しい。S/k の計算のため、

$$\frac{x^2}{1-x^2} = \frac{(2\pi m_e k)^{3/2} k}{h^3}\frac{T^{5/2}}{P}\exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

前ページの S を見ると（本当なら） x を与えると T は決まる。最後の式から P が決まる。

こうすればｘをパラメターにして断熱線（P，T)が決まる。(He が入っていないのが変だが）

途中を気にしなければ一気に x=0.999 と行けばよい。

面白いことに気付いた。1-x<<1 の時には

$$K = \frac{P}{T^{2.5}} = 2(1-x)\frac{(2\pi m_e)^{3/2} k^{5/2}}{h^3}\exp\left(-\frac{\chi}{kT}\right)$$

$$-\ln K = -\ln\left[2\frac{(2\pi m_e)^{3/2} k^{5/2}}{h^3}\right] + \frac{\chi}{kT} + \ln\frac{1}{1-x}$$

で前に出た S の式に一致（？）する。

まあしかしおとなしく x パラメター路線で行こう。

大体こんなところか。