

データ科学としての天文学

スパースモデリングを中心として

2016年7月5日

池田 悠朗 系統研

◎ 天文学

◎ 様々なタイプのデータ

◎ 電磁波を観測 (波長毎に性質が変わる)

◎ 計測技術の発達 → Big-Data

◎ Astro + Statistics (US, UK, Europe) [link](#)

◎ 物理モデル & 雑音の多いデータ (Poisson, Gaussian)

🕒 Astro-statistics

🕒 統計によりより良い計測を行いたい.

EHT, Compton camera

🕒 Big-Data時代に既存のサイエンスを続けたい.

HSC project

🕒 統計により新しいサイエンスの方法を作りたいか?

① 科研費新領域

The screenshot shows a web browser window with the URL `sparse-modeling.jp`. The page title is "Sparse Modeling". The main banner features the text: "文部科学省科学研究費補助金「新学術領域研究」平成25年度~29年度 スパースモデリングの深化と高次元データ駆動科学の創成 Initiative for High-Dimensional Data-Driven Science through Deepening of Sparse Modeling".

Navigation Menu (Left):

- ホーム
- 領域代表のあいさつ
- 領域概要
- 総括班
- 計画研究 >
- 公募研究 >
- 活動記録 >
- 技術支援
- 研究業績 >
- ニュースレター

News & Topics (Center):

- 2016.2.15** 2016年3月6日(日)-8日(火)に、神戸大学にて開催される2015年度チュートリアル講演会・公開シンポジウムのプログラムを公開しました。
- 2015.12.17** ZDNet Japanにて「スパースモデリング」に関する一般読者向け連載が開始されました。
- 2015.12.1** 2015年12月14日(月)-17(木)に、メルパルク京都にて開催される International Meeting on "High-Dimensional Data-Driven Science" (HD³-2015)のスケジュールを公開しました。
- 2015.11.8** 11月19日(木)に東京大学柏キャンパスにて本領域主催の公開セミナー「CGと脳型人工知能との交流」が開催されます。
- 2015.11.5** 11月12日(木)に早稲田大学にてチュートリアル「マルコフ確率場モデリングの数理と応用」が開催されます。
- 2015.10.29** 9月26日の公開シンポジウムおよび公募説明会に使用した「材料科学の3ステップモデルと機械学習のキーテクノロジー」のスライドをアップしました。
- 2015.10.7** 11月5日(木)-6日(金)に電気通信大学にて“Object Vision in Human, Monkey, and Machine”が開催されます。シンポジウムホームページはこちら。参加登録フォームはこちら。
- 2015.9.30** 2016年3月6日(日)-8日(火)に、神戸大学にて2015年度チュートリアル講演会・公開シンポジウムが開催されます。
- 2015.9.16** 本領域と、海洋研究開発機構、JSTドッグデータCRESTとの共催で

Right Side:

- 文部科学省
- JSPS日本学術振興会

① スパースモデリングとは

ベクトル x の推定問題.

$$x = (x_1, \dots, x_n)^T$$

x が「スパース」…… 多くの成分が「0」である.

$$x = (0 \dots 0, \underline{x_i}, 0 \dots 0, \underline{x_j}, 0 \dots)^T$$

「スパース」であることを積極的に用いた

新たな情報処理の方法.

応用分野

脳計測

ゲノム解析

画像処理

計測データ処理

音声処理

変数選択

情報圧縮

クラスタリング

ノイズ除去

画像認識

理論分野

統計学

機械学習

情報処理

最適化理論

① 代表的な道具 : 圧縮センシング

$$y = A x \quad \dots \text{連立一次方程式}$$

$$\boxed{y} = \boxed{A} \boxed{x}$$

不良設定問題.

y, A は既知.

① 代表的な道具 : 圧縮センシング

$$y = Ax \quad \dots \text{連立一次方程式}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3t \\ t+1 \\ 5t \end{bmatrix}$$

解は不定, x がスパース $\Rightarrow t=0, x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

① スパースモデリングの流行の理由.

② A に関するある種の条件の下、 x がスパースならば
真の解を求めることができるといえる。--- 情報理論、最適化法

$$\underline{\min \|x\|_0} \quad \text{subj. to} \quad Ax = b$$

$\|x\|_0$, 0 ではない成分の個数

NP-hard
解けない

$$\underline{\min \|x\|_1} \quad \text{subj. to} \quad Ax = b$$

$$\|x\|_1 = \sum_i |x_i|$$

緩和問題

次元が 10000 ~ 100000
でも解ける。

② ノイズのある場合.

$$\min \frac{1}{2} \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$$

この方法はLASSOと呼ばれている.

④ スパースモデリングとイメージング

画像は適切な基底で表現するとスパースになる。

不良設定問題 $\xrightarrow{\quad}$ イメージング



スパースモデリング

通常の問題 $\xrightarrow{\quad}$ 超解像



電波干渉計のイメージングへの新しいアプローチ

池田 恩朗 (ISM)

共同研究者

本間 希樹 (NAOJ)

田崎 文得 (NAOJ)

秋山 和徳 (MIT)

秦 和弘 (NAOJ)

① EHT (Event Horizon Telescope)

② ブラックホールを見るためのプロジェクト



ブラックホールシャドウ

国際的なサブミリ波VLBIのネットワークを作る国際計画
ALMA(チリ)、LMT(メキシコ)、GLT(グリーンランド)等を追加

Planned Array around 2015

ALMA VLBI : 2015年ごろに実現を予定
ブラックホール撮像が現実的に!?

望遠鏡の分解能 $\propto \frac{\lambda}{D}$

角度

--- 波長

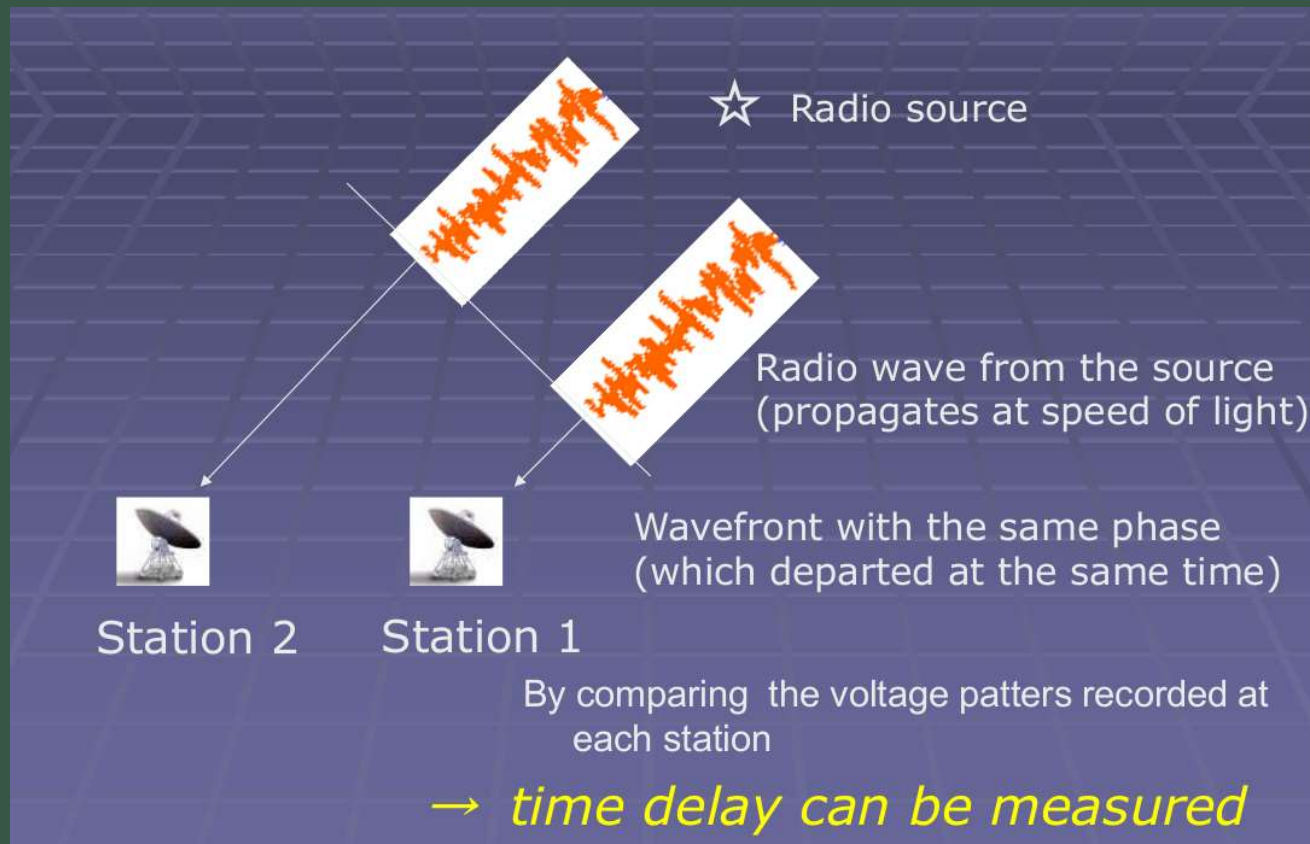
--- 口径

(本問)

EHTでBH-shadowが見えれば
ギリギリの線,

① 電波干渉計

- ① 複数のアンテナで同じ天体を同時に観測。
特定の周波数の信号を記録
- ② 相関をとり、天体の位置と位相を解析



① 電波干渉計

- ① 観測で得らぬ量は画像の2次元フーリエ変換にあたる量
- ② $u-v$ 面上の観測点は画像の点数より少ない

観測

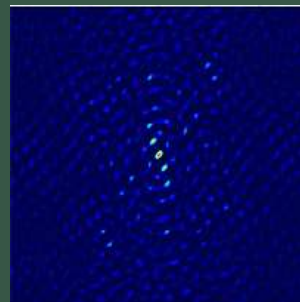
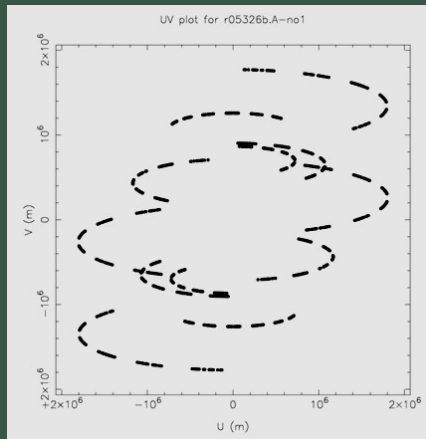
$u-v$ 平面
大きさ位相

フーリエ変換

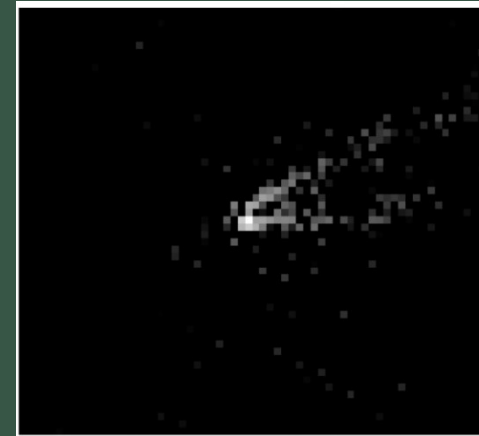


画像

$x-y$ 平面
大きさのみ。(正の実数)



psf



④ 観測と画像との関係

$$V = F x + n$$

visibility (M次元)

フーリエ行列

未知 (N次元)

雑音

未知 $x \rightarrow$ visibility V の関係は線形。

ただし、一般に $M < N$ であるため逆フーリエ変換が使えない

コンパクトな天体は画像中の一部に局在する \rightarrow スパースな画像

① スパースモデリングによるイメージング

- ① 解決したい問題は不良設定である。
- ① 解は0の多いベクトルを求めよう問題。
- ① LASSOを用いて解を求めるとはできる

$$\min_x \left[\frac{1}{2} \|v - Fx\|_2^2 + \lambda \|x\|_{l_1} \right] \quad \text{subj. to } x \succeq 0$$

⑥ 行列補完

$$M = \begin{bmatrix} \times & & & & \times & & \\ & \times & & \times & & & \\ & & \times & & & & \\ & \times & & & & & \times \\ & & \times & & & & \\ & & & \times & & & \\ & \times & & & \times & & \\ & & \times & & & & \\ & & & & & \times & \\ & & & & & & \times \end{bmatrix}$$

行列の一部が観測された。

$$\min \underline{\text{rank}(X)} \quad \text{subj. to} \quad M_{ij} = X_{ij} \text{ (観測値)}$$

NP-hard

$$\min \underline{\|X\|_*} \quad \text{subj. to} \quad M_{ij} = X_{ij} \text{ (観測値)}$$

核ノルム

この緩和問題は解ける。

① ノイズがある場合.

$$M = L + \lambda \Sigma$$

• M は 全ての成分が観測できずがノイズを含む.

• L は 低ランク行列

• Σ は 成分の数が少ないスパースな行列